

Lista de Exercícios - I

Questão 1 A razão entre os desvios no comprimento e na largura de pastilhas de silício tem a seguinte fdp

$$p_X(x) = \frac{a}{1+x^2}, \quad -\infty < x < \infty.$$

Calcule o valor de a e encontre a FCP de X .

Questão 2 A autocorrelação $R_X(\tau)$ pode ser vista como uma medida de similaridade entre $X(t)$ e $X(t + \tau)$. Para ilustrar essa informação, considere o processo aleatório $Y(t) = X(t) - \rho X(t + \tau)$ e determine o valor de ρ que minimiza o valor médio quadrático de $Y(t)$.

Questão 3 Mostre que a função

$$p_X(x) = \frac{\text{sen}(x)}{2} [u(x) - u(x - \pi)]$$

pode representar uma função densidade de probabilidade (fdp) e calcule o valor médio e a potência da variável aleatória X associada a essa fdp.

Questão 4 Calcule a probabilidade de que o sinal $X(t)$, com função densidade de probabilidade $p_X(x) = \frac{1}{2}\delta(x + 1) + \frac{1}{2}e^{-x}u(x)$ não exceda o valor $\frac{1}{2}$.

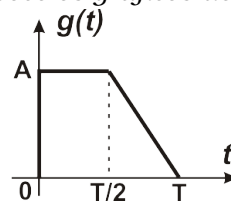
Questão 5 Sabendo que um sinal modulante tem autocorrelação dada por $R_A(\tau) = A^2[1 + e^{-|\tau|}]$. Calcule a potência desse sinal. Considerando ainda que a autocorrelação do sinal modulado em amplitude por uma portadora de frequência ω_c é dada por $R_S(\tau) = \frac{1}{2}R_A(\tau)\cos(\omega_c\tau)$, determine a potência do sinal modulado.

Questão 6 Considerando o sinal $g(t)$ da figura a seguir, esboce os gráficos de $g_1(t)$, $g_2(t)$ e $g_3(t)$

➔ $g_1(t) = g(3t/2)$.

➔ $g_2(t) = g(-3t/2 + T)$.

➔ $g_3(t) = g(T - t/2)$.



Questão 7 Esboce os sinais a seguir e calcule suas transformadas de Fourier (com $a > 0$).

a) $g(t) = e^{-at}u(t)u(T - t)$

b) $g(t) = e^{at}u(t)u(T - t)$

c) $g(t) = \begin{cases} 4, & 0 \leq t < 1 \\ 2, & 1 \leq t < 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

d) $g(t) = \begin{cases} \frac{|t|}{\tau}, & |t| \leq \tau \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

Questão 8 Esboce os espectros a seguir e calcule suas transformadas inversas de Fourier:

$$a) G(\omega) = \begin{cases} \omega^2, & |f| \leq \omega_0 \\ 0, & |\omega| > \omega_0 \end{cases}$$

$$b) G(\omega) = \begin{cases} 2, & |\omega| \leq 1 \\ 1, & 1 < |\omega| \leq 2 \\ 0, & |\omega| > 2 \end{cases}$$

$$c) G(\omega) = \begin{cases} \cos(\omega), & |\omega| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |\omega| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Questão 9 Esboce o sinal $g(t)$ a seguir e calcule a sua transformada de Fourier por três métodos diferentes.

$$g(t) = u(-t)u(t+T) - u(t)u(-t+T)$$

a) por integração direta usando a integral de Fourier.

b) usando a transformada de Fourier da função $rect()$ e a propriedade do deslocamento no tempo.

c) usando a propriedade da diferenciação.

Questão 10 O sinal $x(t) = 2e^{-3t}u(t)$ passa por um sistema com função de transferência dada por

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{se } |\omega| < 10 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Calcule a energia do sinal de entrada e do sinal de saída.

Questão 11 Os sinais $g_1(t) = 10^4 rect(10^4 t)$ e $g_2(t) = \delta(t)$ são aplicados nas entradas dos filtros passa-baixa ideais $H_1(\omega) = rect\left(\frac{\omega}{4\pi \cdot 10^4}\right)$ e $H_2(\omega) = rect\left(\frac{\omega}{2\pi \cdot 10^4}\right)$. As saídas $y_1(t)$ e $y_2(t)$ são multiplicadas para obter o sinal $y(t) = y_1(t)y_2(t)$, conforme pode ser visto na Figura 1.

a) Esboce os espectros $G_1(\omega)$ e $G_2(\omega)$.

b) Esboce os espectros $H_1(\omega)$ e $H_2(\omega)$.

c) Esboce os espectros $Y_1(\omega)$, $Y_2(\omega)$ e $Y(\omega)$

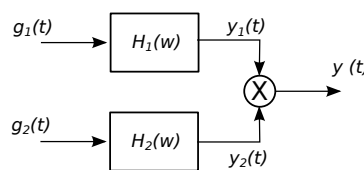


Figura 1: Sinais filtrados e multiplicados.

Questão 12 Um sinal $g(t)$ tem função de autocorrelação dada por $R_g(\tau) = \frac{1}{1 + 4\pi^2\tau^2}$.

a) Qual a potência deste sinal?

b) Este sinal é recebido adicionado de ruído branco Gaussiano, cuja densidade espectral de potência é $\frac{N_0}{2} = 10^{-2}$ W/rad/s. É aplicado na recepção um filtro passa-baixa ideal, com frequência de corte ω_c , a fim de se filtrar o ruído. Sabendo que a potência do sinal que é cortada pelo filtro passa-baixa (distorção) é dada por $P_D = 2 \int_{\omega_c}^{\infty} S_g(\omega) d\omega$, em que $S_g(\omega)$ é a densidade espectral de potência do sinal $g(t)$. Qual a frequência de corte deste filtro de modo que a potência de distorção na saída seja minimizada? (A distorção é causada pelo corte dos componentes de frequência do sinal acima de ω_c e pelo ruído filtrado).

Questão 13 Projete um filtro passa-baixas RC com frequência de corte de 20 kHz. Esboce os gráficos da magnitude e fase da função de transferência desse filtro. Um sinal $m(t)$, com autocorrelação $R_M(\tau) = \frac{1}{1+\tau^2}$, é aplicado à entrada do filtro, calcule a densidade espectral de potência do sinal na saída do filtro.

Questão 14 O ruído $N(t)$ de banda limitada e valor médio nulo tem uma densidade espectral de potência $S_N(\omega) = 10^{-6} \text{ V}^2/\text{rad/s}$ na gama de frequências de -100 a 100 kHz.

- Determine $R_N(\tau)$. Para que intervalo τ , $n(t)$ e $n(t + \tau)$ são não correlacionados?
- Determine a potência do ruído.
- Suponha que $N(t)$ seja gaussiano. Qual é a probabilidade, em qualquer instante t , de $N(t)$ exceder 0.45 V?

Questão 15 Um sinal $m(t)$ com densidade espectral de potência $S_M(\omega) = M_0$ é aplicado na entrada de um filtro linear com função de transferência

$$H(\omega) = \frac{\sqrt{2}}{1 + j\omega}.$$

Determine a densidade espectral de potência do sinal na saída do filtro. Esboce os gráficos.

Você comerá do fruto do seu trabalho,
e será feliz e próspero.
Salmos 128.2