



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
Campus Campina Grande
Curso Superior de Tecnologia em Telemática
Disciplina: Teoria da Informação e Codificação
Professor: Jerônimo Silva Rocha
Aluno: _____

Lista de Exercícios – I

Questão 1 Determine a entropia da fonte $\chi = \{A, B, C, D, E, F\}$ com distribuição de probabilidades $P_\chi = \{0,3; 0,2; 0,15; 0,15; 0,1; 0,1\}$. Qual é a maior entropia possível para uma fonte com seis símbolos?

Questão 2 Uma fonte com alfabeto de 8 símbolos transmite blocos de três símbolos a uma taxa de 1000 blocos por segundo. O primeiro símbolo de cada bloco é sempre o mesmo e é utilizado para sincronização. Os demais símbolos de cada bloco são preenchidos por qualquer um dos oito símbolos do alfabeto com a mesma probabilidade. Determine a taxa de informação em bits por segundo para esta fonte.

Questão 3 Seja uma fonte X com alfabeto $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Um código para esta fonte deve ser projetado baseado na estimativa da probabilidade dos símbolos feita pela frequência relativa de cada um deles $p_i = n_i/n$, em que n_i é o número de observações do i -ésimo símbolo e n é o comprimento da sequência. Suponha que a sequência observada (com $n = 40$ símbolos) foi a seguinte:

$$x^{40} = (4, 2, 4, 4, 0, 1, 4, 1, 4, 4, 0, 0, 4, 0, 4, 4, 1, 1, 4, 4, 0, 1, 0, 2, 1, 2, 4, 2, 4, 1, 4, 1, 3, 4, 1, 4, 3, 4, 4, 1).$$

- Determine a distribuição de probabilidades estimada dos símbolos da fonte e calcule a entropia da fonte.
- Caso seja feito um levantamento da frequência relativa dos símbolos com uma sequência de um milhão de símbolos, que resulte na seguinte distribuição de probabilidades $\{1/16, 1/16, 1/8, 1/4, 1/2\}$. Determine a entropia da fonte e calcule o erro cometido na sua estimativa inicial.

Questão 4 Uma fonte tem sete saídas igualmente prováveis. Projete um código de Shannon-Fano para essa fonte. Determine a eficiência do código. Repita para um código de Huffman e compare os resultados.

Questão 5 Seja uma fonte de quatro símbolos $A = \{a_0; a_1; a_2; a_3\}$ que possuem probabilidades $P_A = \{0,5; 0,3; 0,15; 0,05\}$. Seja C um codificador que mapeia os símbolos de A em strings de dígitos binários $\{0,10,110,111\}$, respectivamente. Qual é o número médio de símbolos por palavras-código? Qual a eficiência do codificador?

Questão 6 Para os seguintes códigos determine: a) Quais são univocamente decodificáveis. Se não são, mostre duas mensagens com o mesmo código. b) Quais são instantâneos.

Questão 7 Uma fonte discreta sem memória possui alfabeto com oito letras, com probabilidades $\{0,25; 0,20; 0,15; 0,12; 0,10; 0,08; 0,05; 0,05\}$:

- a) Construa um código de Fano para esta fonte e determine a eficiência do código construído.

Símbolos	Cód. A	Cód. B	Cód. C	Cód. D	Cód. E	Cód. F	Cód. G	Cód. H
x_1	000	0	0	0	0	0	01	1010
x_2	001	01	10	10	10	100	011	001
x_3	010	011	110	110	1100	101	10	101
x_4	011	0111	1110	1110	1101	110	1000	0001
x_5	100	01111	11110	1011	1110	111	1100	1101
x_6	101	011111	111110	1101	1111	001	0111	1011

b) Construa um código de Huffman para esta fonte e determine a eficiência do código construído.

Questão 8 Um experimento tem 7 resultados possíveis, com probabilidades $p_1 = p_5 = 1/3$, $p_3 = p_7 = 1/9$ e $p_2 = p_4 = p_6 = 1/27$. Deseja-se transmitir os resultados das experiências, o que pode ser feito através de um canal binário ou de um canal ternário. Ambos os canais são considerados perfeitos (livres de ruído). Os custos são de R\$ 0,04 por símbolo de código transmitido no canal binário e de R\$ 0,06 por símbolo de código transmitido no canal ternário.

Pede-se:

- Projetar um código de Huffman para o canal ternário e determinar sua eficiência;
- Projetar um código de Shannon-Fano para o canal binário e determinar sua eficiência;
- Qual dos códigos é preferível se se deseja minimizar o custo médio da transmissão? Determinar estes custos.

Questão 9 Considere uma fonte analógica com saídas descritas estatisticamente pela seguinte função densidade de probabilidade

$$p_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

As Saídas da Fonte são quantizadas em dez mensagens usando um quantizador de onze níveis $x_i = 0.1k$, em que, $k = 0, 1, \dots, 10$. As mensagens são codificadas usando um código binário de Huffman. Assumindo que 250 amostras da fonte sejam transmitidas por segundo, determine a taxa de bits por segundo. E a taxa de informação em bits por segundo.

Questão 10 O que contém mais informação: uma sequência de 10 letras de um alfabeto de 26 letras ou uma sequência de 26 dígitos decimais? Considere as letras e dígitos equiprováveis em seus respectivos universos.

Não temas, porque eu sou contigo;
 não te assombres, porque eu sou
 teu Deus; eu te fortaleço, e te ajudo,
 e te sustento com a destra da minha
 justiça.
 Isaías 41.10